# דיאגרמת הסה לתאור קס"ח

היחס יצויין רק אם אין כך ש. במקרה זה, נצייר את b מעל a ונחבר צלע ביניהם(אינטואיציה: b גדול מa).  
איבר מינימלי יהיה איבר שאין אף איבר מתחתיו. איבר מקסימלי יהיה איבר שאין אף איבר מעליו. איבר קטן ביותר יהיה איבר שכל האיברים האחרים מעליו. איבר גדול ביותר יהיה איבר שכל האיברים האחרים מתחתיו

## לדוגמה

# הערה

תהי קס"ח ויהי קטן ביותר. אזי a יחידי. כנ"ל עבור גדול ביותר

## הוכחה

נניח ש ו שניהם קטנים ביותר. קטן ביותר, בפרט . קטן ביותר, בפרט . לכן בגלל הטרנזיטיביות

# הגדרה

יהי . היחס ההפוך מסומן :

## הערות

1. :
2. יהי R יחס סדר חלקי על A. מינימלי לפי R ⬄ a מקסימלי לפי

## הוכחות

יהי ⬄ ⬄



מיני טענה: יחס סדר. קל מאוד להוכיח את זה.

יהי מינימלי לפי R => לכל מתקיים => לכל מתקיים => a מקסימלי לפי . באותו אופן מוכיחים לכיוון השני.

# דוגמאות

## 1

עם היחס () המוגדר ע"י ⬄ או ו  
יחס זה נקרא יחס הסדר המילוני(הלקסיקוגרפי) משמאל לימין.

דוגמה: ,

זהו יחס סדר מלא ניקח את . אם אזי אפשר להשוות אותם אחד לשני, אחרת ואז אפשר להשוות אותם לפי

## 2 – יחס הרישא

תהי קבוצה ותהי קבוצת כל הסדרות הסופיות הבנויות מאיברי A.  
תהיינה שתי סדרות ב ונניח . נאמר ש(לעיתים נסמן ) אם לכל

### דוגמה

זהו יחס סדר לא מלא:

## 3

נגדיר על יחס סדר : יהיו . נאמר ש אם אם אם ל ול יש אותה רישא באורך k(כלומר לכל ) ו(שימו לב יתכן ואז )

### דוגמאות

פונקציות

# הגדרה

תהיינה קבוצות, . התחום של R הוא:   
התמונה של R היא:

לדוגמה:

# הגדרה

תהיינה קבוצות. תקרא פונקציה כאשר מתקיימים 2 התנאים הבאים:

1. (שלמות)
2. אם וגם אזי (חד ערכיות) (מוגדרות היטב)

# סימונים

⬄

פונ. ⬄

# דוגמאות

פונקציה

לא פונציה – אינה חד ערכית

לא פונקציה – אינה שלמה

לא פונצקציה – אינה חד ערכית

# מונחים

תהי . A – תחום. B – מול-תחום

אם נאמר שa הינו מקור של b, ושb הינו תמונה של a

# דוגמאות

נגדיר ע"י . נניח ⬄ =>   
בסימונים של פונציות: נניח צ"ל כלומר – וזה נכון

נסתכל על היחס ההפוך . הוא לא פונקציה שכן הוא לא שלם() ואינו חד ערכי ()

# הגדרות

* תהי . נאמר שf חד חד ערכית(חח"ע) אם לכל אם אז . שקול לאמר אם אז . כלומר לכל תמונה יש מקור אחד בלבד.
* נאמר שf *על* (B) אם לכל קיים כך ש. כלומר

# דוגמאות

הפונציה עבור:

### 1.

אינה על: . אינה חד חד ערכית: 1.

### 2.

אינה על: . הינה חד חד ערכית: יהיו , => => =>

### 3.

אינה חד חד ערכית: , אבל . הינה על: יהי ניקח ואז

### 4.

הינה על: יהי ניקח ואז . הינה חד חד ערכית: יהיו , => =>

# תרגיל

נגדיר ע"י . הוכיחו חח"ע ועל

## הוכחה

### חח"ע

יהיו , => =>  
. נחבר את המשוואות: כלומר . נציב ונקבל . מכל זה נובע ש כלומר הפונקציה חח"ע

### על

יהי . צ"ל שקיים כך ש

*ניקח ואז כלומר יש מקור לכל תמונה*

# הגדרה – הרכבה(מכפלה) של פונקציות

תהיינה נסמן ע"י

## הערה

לעיתים לא נכתוב את הסימן - כלומר

# דוגמה

: , נמצא את :

## הראנו ש

הרכבה של פונקציות אינה קומוטטיבית.

# הערה

תהיינה . ⬄ לכל

# טענה

תהיינה אזי (אסוציאטיביות)

## הוכחה/הסבר

ראשית נשים לב שלשתי הפונקציות אותו תחום -

יהי .

קיבלנו את אותו דבר.

# הגדרה

תהי קבוצה. פונקציית הזהות תסומן (או ) היא פונ המוגדרת ע"י

## הערה

תהי , אזי ,

### הוכחה

יהי :  
 אותו תחום ומול-תחום. אותו דבר לכיוון השני

## הערה

פונקציית הזהות מתפקדת כמו איבר היחידה.

# דוגמות

נרצה למצוא פונקציה כך ש: נגדיר (יכולנו גם לבחור )

### דוגמה נוספת

נרצה למצוא פונקציה כך : נגדיר

# משפט

תהי , (לכן )

1. F על ⬄ f הפיכה מימין כלומר קיימת כך ש
2. f חח"ע ⬄ f הפיכה משמאל כלומר קיימת כךל ש
3. f חח"ע ועל ⬄ f הפיכה כלומר קיימת כך ש

## הוכחה

### 1

יהי . לפי הנתון כלומר מקור של b לכן הפונ. על  
כיוון שני: נתון שf על. יהי . מאחר וf על קיים מקור כך ש. נגדיר ע"י . לפונקציות ו אותו תחום ועל-תחום(). נוכיח אותה פעולה: